Physique combinatoire et algèbres quadratiques: une approche cellulaire

Xavier Viennot
CNRS, LaBRI, Université Bordeaux
Nice 7-11 Novembre 2011

Le PASEP ("partially asymmetric exclusion process") est un modèle classique en physique des systèmes dynamiques loin de l'équilibre. Le calcul des probabilités stationnaires repose sur l'algèbre quadratique définie par la relation DE = qED + E + D. Une autre algèbre quadratique importante en physique est celle définie par la relation UD = DU +Id (ou algèbre de Weyl-Heisenberg). Nous exposons une théorie générale, " l'Ansatz cellulaire", permettant de construire par une approche planaire des objets et des bijections combinatoires à partir d'une telle algèbre quadratique Q. Des exemples sont la correspondance de Robinson-Schensted entre permutations et paires de tableaux de Young, les tableaux alternatifs associés au PASEP, ou encore les pavages et les matrices à signes alternants.

<u>Cours 1</u>
Rappels sur la classique correspondance de Robinson-Schensted: les insertions de Schensted, la version géométrique avec les "ombres et lumières" et la version «locale» de Fomin. Comment retrouver cette correspondance à partir de l'algèbre quadratique définie par la relation UD = DU +Id.

<u>Cours 2</u>
Le modèle PASEP en physique des particules avec interactions. Expression des probabilités stationnaires avec l'Ansatz matriciel de Derrida, Evans, Hakim et Pasquier. Interprétation combinatoire avec les "tableaux alternatifs" associés à l'algèbre quadratique définie par la relation DE = qED + E + D. Bijection entre les permutations et les tableaux alternatifs.

<u>Cours 3</u>
PASEP et théorie combinatoire des polynômes orthogonaux. Moments des polynômes *q-Laguerre* et tableaux alternatifs. Cas particulier du TASEP ("totally asymmetric exclusion process"), lien avec la combinatoire des arbres binaires et l'algèbre de Hopf de Loday-Ronco.

<u>Cours 4</u>
Théorie générale de " l'Ansatz cellulaire". Q-tableaux associés à une algèbre quadratique Q. Equivalence avec la notion d'automate planaire. Construction de bijections. Exemples en physique statistique: les matrices à signes alternants, le modèle des FPL ("fully packed loops"), partitions planes, chemins ne se coupant pas, pavages. L'algèbre du modèle "8-vertex".