# Les Mathématiques et la Combinatoire

## ou
## "Vers une nouvelle Combinatoire"

Petit pamphlet par
X.G.Viennot

Bordeaux, 1989

**En guise de préambule ....**
**et de mise en garde**

Ce petit essai ne traite qu'un aspect de la "Combinatoire", appelé ci-dessous "Combinatoire énumérative". Il y a d'autres "combinatoires". Egalement ne sont discutés ici que les rapports entre cette "Combinatoire énumérative" et le reste des "Mathématiques pures".

Nous traiterons dans un autre essai des rapports (importants et fructueux, notamment ces dernières années) tissées entre cette Combinatoire et l'Informatique ("théorique" et "pratique').

Je n'ai pas discuté non plus des rapports existant entre cette "Combinatoire énumérative" et la Physique, ainsi que les "Mathématiques plus appliquées", notamment l'"Automatique".

Peut-être avez vous quelques vagues souvenirs écoliers de "combinaisons p à p", de "dérangements" et "d'arrangements", d'un certain triangle de Pascal, du "problème des ménages", des "rencontres", "carrés magiques" et autres problèmes délectables et amusants trouvant leur place dans les livres de récréation mathématiques. Vous savez sûrement colorier des cartes de géographie avec 4 couleurs, mais savez-vous vraiment ce qu'est la Combinatoire, que l'on appelait aussi aux lycées et collèges "analyse combinatoire"?

Est-ce un ensemble de problèmes isolés? Est-ce une théorie mathématique?

Donnons la parole à Gian-Carlo Rota, père fondateur de l'école combinatoire du M.I.T. :

> *"The progress of mathematics can be viewed as a movement from the infinite to the finite. At the start, the possibilities of a theory, for example, the theory of enumeration, appear to be boundless. Rules for the enumeation of sets subject to various conditions, or combinatorial objects as they are often called, appear to obey an infinite variety of recursions, and seem to lead to a welter of generating functions. We are ar first led to suspect that the class of objects with a common property that may be enumerated is indeed infinite and unclassifiable.*

*"As cases file upon cases, however, patterns begin to emerge. Freakish instances are quietly discarded; impossible problems are recognized as such, and what is left organizes itself along a few general criteria."*

G.C.Rota, Avril 1983
(préface du livre de I.Goulden et D.Jackson
"Combinatorial enumeration")

Ainsi la Combinatoire (du moins celle qui énumère) s'organise. Essayons de la situer dans la classification des théories mathématiques par J.Dieudonné.

J.Dieudonné, "Panorama des mathématiques pures, le choix bourbachique" ,1977:

*Lorsqu'on étudie l'histoire des mathématiques, on voit presque invariablement qu'une théorie commence par des efforts pour résoudre un problème très particulier (exemple: la duplication du cube dans les mathématiques grecques). Il se peut que ces efforts restent vains, autrement dit on a une première classe:*
*I) Les problèmes mort-nés (exemples: la détermination des nombres de Fermat, ou l'irrationalité de la constante d'Euler).*
*En second lieu, il se peut que le problème considéré soit résolu, mais qu'il n'en résulte aucun progrès pour aucun autre problème; d'où une seconde classe:*
*II) Les problèmes sans postérité (c'est le cas de beaucoup de problèmes ressortissant à ce qu'on appelle la "**Combinatoire**").*
*Une situation plus favorable est celle où, en approfondissant les techniques utilisées pour résoudre le problème de départ, on arrive (au besoin en les compliquant considérablement) à les utiliser dans d'autres problèmes similaires ou plus difficiles, sans toutefois qu'on ait le sentiment de comprendre véritablement la raison de ces succès; on peut dire que ce sont:*
*III) Les problèmes qui engendrent une méthode (la théorie analytique des nombres et la théorie des groupes finis sont fertiles en exemples).*
*Dans quelques cas assez rares, l'étude du problème finit, parfois au bout d'un temps assez long, par révéler l'existence de structures sous-jacentes insoupçonnées, qui, non seulement illuminent la question posée, mais fournissent des outils généraux et puissants permettant d'en élucider une foule d'autres dans des domaines variés; on obtient ainsi:*
*IV) Les problèmes qui s'ordonnent autour d'une théorie générale, féconde et vivante (la théorie des groupes de Lie et la Topologie algébrique sont des exemples typiques à l'heure actuelle).*
*Mais, comme l'a souligné Hilbert, une théorie ne prospère que par l'apport ininterrompu de problèmes nouveaux. Fréquemment, une fois résolus les problèmes les plus importants par leurs conséquences et leurs liens avec les autres branches des mathématiques, la théorie a tendance à se concentrer sur des questions de plus en plus spéciales et isolées (pouvant d'ailleurs être très difficiles); on a alors:*
*V) Les théories en voie d'étiolement (au moins momentané: la théorie des invariants, par exemple, est déjà plusieurs fois passée par ce stade).*
*Enfin, si dans une théorie un choix heureux des axiomes, motivé par des problèmes précis, a permis de développer des techniques ayant une grande efficacité dans beaucoup de parties des mathématiques, il arrive aussi qu'on cherche, sans motif apparent, à modifier assez arbitrairement ces axiomes. L'espoir de renouveler ainsi les succès de la théorie initiale s'avère le plus souvent trompeur, et l'on a, suivant l'expression de Polyà et Szegö (..):*

*VI) Les théories en voie de délayage ("Verdünnung")(conformément à l'exemple de ces auteurs, nous n'en citerons pas).*

*Ceci dit, il m'apparaît qu'on peut caractériser la plupart des sujets exposés dans le Séminaire Bourbaki comme appartenant à la catégorie IV et (dans une moindre mesure) à la catégorie III dans le classement précédent. C'est là, je crois, une constatation aussi objective que possible, que je m'abstiendrai de commenter plus longuement.*

Voilà qui est donc dit, et bien dit! Où se situe la "Combinatoire" dans ce tableau? Apparemment en classe II. Pas si simple! réponse difficile dans la mesure où il y a plusieurs disciplines se réclamant de la "Combinatoire": géométries finies, théorie des graphes, combinatoire des groupes, énumération... .Certaines sont en pleine évolution et ont même déjà été "bourbakisées"!. Mais qu'est-ce que la Combinatoire?

Pourtant le sujet est fort ancien. Leibniz parle de "ars combinatoria". Netto (Lehrbuch der Combinatorik, Leipzig, 1901) la définit comme l'art de placer, ordonner ou choisir certaines choses ensemble. D'ailleurs, la même année, paraît l'un des rares livres alors disponible sur le domaine: "Choice and Chance" de W.A.Whitworth. Le titre a des odeurs de probabilités. Le fameux triangle et ses "C n et p" se cache derrière. Le grand maître de ce début du siècle, le Major Percy Alexander MacMahon, précurseur en avance sur son temps et dont les "collected papers" ont été rassemblés en 1978 par G.Andrews dans un volume (portant le n°I) de presque 1500 pages, situe la Combinatoire dans son monumental traité (Combinatory Analysis, London, vol I 1915, vol II 1916) comme le domaine occupant le terrain entre l'algèbre et la théorie des nombres (ou "higher arithmetic"). Qu'elle belle définition! Mais revenons à Bourbaki:

Pierre Cartier de l' IHES (Séminaire BOURBAKI, Nov. 1982):

*" La combinatoire est en gros l'étude des géométries finies. Une partie est consacrée à la construction et à l'étude qualitative des configurations finies (graphes, plans projectifs, matroïdes, et plus récemment immeubles ...). D'un autre côté, on s'occupe à compter les objets d'une certaine espèce, le plus souvent au moyen de séries génératrices; inversement, et cette précoccupation est plus récente, on s'effoce d'interpréter des identités entre polynômes et séries de puissances en introduisant les structures finies que comptent les coefficients.*

*La partie la plus vénérable de la combinatoire s'occupe des propriétés des permutations (avec ou sans répétitions) et des fonctions symétriques; les tableaux de Young y jouent un rôle prédominant. Il s'agit d'un retour aux traditions de l'Algèbre du siècle dernier, mais enrichi par tout l'arsenal des notions modernes. On met l'accent sur les méthodes constructives et algorithmiques; les points de contact avec le reste des Mathématiques sont nombreux, et en particulier avec la théorie des groupes, la géométrie algébrique,* *la topologie des classes caractéristiques, et aussi la physique mathématique. De plus, les problèmes et les méthodes de l'informatique théorique jouent un rôle croissant."*

Il existe actuellement un certain domaine de la Combinatoire, qui est l'objet de ce modeste essai, extrêmement actif , difficile à définir, comprenant certainement les vénérables permutations et fonctions symétriques (longuement étudiées par le Major MacMahon) et les non moins vénérables tableaux de Young (de Alfred Young, autre brillant précurseur en avance sur son temps, prêtre de la paroisse St Augustine of Canterbury, Birdbrook; Essex, et dont les "collected works" ont été rassemblés en 1977 par G.de B. Robinson), mais aussi comprenant bien d'autres choses tout aussi vénérables. J'ai ici en tête, comme probablement l'avait aussi P.Cartier en rédigeant son exposé pour le célèbre séminaire, et probablement comme beaucoup de mes collègues qui s'y reconnaissent , une certaine Combinatoire, en général désignée par "Combinatoire "énumérative" (terme que j'employerai ici, faute de mieux). On entend aussi les mots "Combinatoire bijective", "Combinatoire algébrique". Mais attention, énumérer des objets finis, ne signifie pas forcément faire de la "Combinatoire énumérative" (ex: quel est le nombre de groupes finis simples d'ordre n). Inversement, des gens se réclamant depuis des années de la "Combinatoire énumérative", bien que très forts et publiant plein d'articles, n'ont peut être jamais fourni la moindre formule d'énumération. Mais alors, comment s'y retrouver?

Pourtant lorsque vous faites de la "Combinatoire énumérative", vous sentez immédiatement (avec un peu d'habitude) si oui on non vous êtes dans le domaine. Pour avoir une idée, feuilleter les Proceedings du très beau colloque Nord-Américain consacré entièrement au sujet: Lecture Notes in Maths. n°1234 (oui vous avez bien lu 1,2,3,4 ce qui est la moindre des choses pour un volume sur l'énumération!). Disons, de façon très grossière et vague, que vous faites de la "Combinatoire énumérative" dès que vous manipuler des identités entre polynômes, séries formelles ou autres objets formels qui naissent à partir de l'étude de certains objets finis appelés "objets combinatoires", ou encore dès que vous essayez d'associer des identités à ces objets, ainsi que dès que vous faites des constructions ou bijections sur ces objets pour "expliquer", "interpréter" , voire dans certains cas pour découvrir ces identités. Construire des théories ou modèles pour expliquer ces identités ou l'existence de certaines bijections surprenantes fait aussi partie du domaine.

Mais alors, que sont ces "objets combinatoires"? La plupart sont finis. Les groupes finis n'y sont certainement pas (du moins avec les moyens actuels de la Combinatoire). On pourrait répondre avec malice que ces fameux "objets combinatoires" sont ceux pour lesquels on peut associer des identités, ou dire quelque chose qui prend la forme d'identités, voire arriver à énumérer en donnant une "formule d'énumération". Mais là encore, on s'aventure sur un terrain glissant. Les polyominos sont bien des "objets combinatoires" et pourtant, malgré les nombreux efforts des physiciens et les mois (!) passés en unité centrale par des ordinateurs, aucune identité ou formule exacte n'a encore été trouvé. De plus, qu'est-ce qu'une formule exacte d'énumération. Certaines sommations sont tellement compliquées ou difficiles à calculer que l'on peut se demander si on a vraiment une formule explicite. Pour dénomber les objets de la classe A, une équation implicite sur la série génératrice est sans aucun doute meilleure que la stupide "formule" $\sum_{\alpha \in A} 1$ . Une idée intuitive serait de dire qu'un objet "combinatoire" est un objet qui a une "structure" mathématique très pauvre, en somme quelque chose que l'on pourrait demander à un enfant de dessiner : dessine moi une permutation, un tableau de Young, un diagramme de Ferrers, un polyomino, un arbre binaire, un graphe planaire, un mot (ou un lapin) bref toute chose que vous pouvez définir à un enfant, et dont il peut en donner un exemple dès qu'il a compris la définition et que vous lui donner le nombre de sommets, ou cases ,.. dont est composé l'objet. Bref, à ce stade la meilleure définition est de dire la "Combinatoire énumérative" est ce que font les "combinatoristes énumérateurs". Au point où nous en sommes arrivés il vaudrait mieux cessez de discourir inutilement. Allez lire le Lecture Notes in Maths. n°1234 ou autre saines lectures! Enumérez, bijectez et faites de la Combinatoire énumérative en cessant de vous tourmenter sur sa définition!

Nous sommes actuellement à l'age d'or de ce domaine. Des théories sont en train de naître, à partir de multitudes de formules d'énumérations isolées et de bijections, un peu comme la naissance d'une étoile à partir de grains de matière suffisamment proches les unes des autres. En somme le domaine est certainement passé dans la classe III de la classification de J.Dieudonné et, par beaucoup de points est comparable à l'actuelle Théorie des nombres (sauf certainement par le nombre très faible de ses adeptes en France dont un certain nombres sont à Bordeaux). Par certains des critères soulignés par Hilbert, en particulier l'apport ininterrompu de problèmes nouveaux (venant de très nombreux autres domaines) , le domaine présente quelques unes des caractéristiques de la classe IV. Les ouvertures de cette "nouvelle combinatoire" vers les autres domaines sont énormes. Que l'on pense par exemple à l'explosion se produisant dans la relation entre la Combinatoire et la théorie des fonctions spéciales. L'étoile commence à naître! La Combinatoire n'a aucune honte à s'intéresser aussi aux théories de la classe V, comme la théorie des invariants et leur faire subir une nouvelle naissance au milieu du jardin zoologique des objets combinatoires.

Il est temps ce citer à nouveau J. Dieudonné qui écrit, 4 ans après la publication de sa fameuse classifiction, (Astérisque 87-88, 1981):

*"I have the feelings that we don't understand at all the extraordinary interplay of combinatorics and what I would call 'conceptual' mathematics. I think the renewed interest in these problems should be warmly welcomed, but I feel I am far too ignorant to talk at length on the combinatorial aspects, of which so many specialists in this meeting are very well aware."*

Après avoir redémontré par leurs techniques propres une foule de théorèmes bien classiques, les combinatoristes commencent à résoudre des conjectures n'appartenant pas à leur domaine: en Géométrie algébrique ("upper bound conjecture" par R.Stanley du MIT), les techniques "bijectives" ont permis de résoudre (par D.Bressoud et D.Zeilberger) la "q-Dyson conjecture" de G.Andrews qui avait tenu en haleine pendant de nombreuses années les meilleurs spécialistes des fonctions spéciales, les modèles bijectifs suggèrent naturellement et sans efforts de nouvelles identités sur les séries hypergéométriques, la Combinatoire résoud des problèmes en Physique statistique (animaux dirigés), la "Jacobian conjecture" (voir l'article historique et de synthèse de H.Bass et al. dans le Bulletin de l'AMS de Sept. 1982) est devenue l'un des grands "challenge" pour les Combinatoristes, certaines q-conjectures de I.MacDonald sur les systèmes de racines résistent encore, mais des fissures se font jour, et que dire de l'apparition surprenante des célèbres identités de Rogers-Ramanujan en Physique statistique dans la magistrale résolution, par le physicien australien R.Baxter, du modèle des hexagones durs avec le foisonnement de problèmes combinatoires qui en résultent, ou encore des splendides incursions combinatoires en Géométrie algébrique de A.Lascoux et M.P. Schützenberger...

Suivez les constructions et les algorithmes sur les tableaux de Young exposés dans le volume 3 du célèbre informaticien (et combinatoriste) D.Knuth de Stanford. Comme lui vous conclurez:

*"The unusual nature of these coincidences might lead us to suspect that some sort of witchcraft is operating behind the scenes!"*

Que dirait-il maintenant 16 ans plus tard sur ce sujet, après tous les rebondissements qui ont eu lieu, notamment l'introduction du "jeu de taquin" de M.P.Schützenberger et A.Lascoux. Vous pouvez l'expliquer à un enfant (encore!). C'est magique. Un non-mathématicien peut comprendre les propriétés combinatoires qu'il faut démontrer (pour les démontrer c'est une autre hisoire!) Ces propriétés sont la traduction, au niveau concret, de théorèmes d'algèbre sur les représentations des groupes, accessibles au seul spécialiste. Ceci est une situation typique de bien de "preuves combinatoires" de théorèmes abstraits des mathématiques pures. La difficulté de la preuve n'est pas, en général, dans la traduction au niveau combinatoire, ceci est une affaire de routine pour le combinatoriste. Toute la difficulté se trouve en général reportée au niveau combinatoire, compréhensible et visible pour tout un chacun.

C'est ce qui en fait la beauté insolite! C'est une expérience visuelle, en couleurs, qui se prête très bien aux manipulations de transparents. Le succès est garanti. D'ailleurs, la plupart des combinatoristes utilisent les transparents dans leurs congrès. C'est indispensable pour les adeptes des preuves "bijectives".

Une preuve "bijective" d'une identité A=B consiste à découvrir les structures combinatoires "interprétant" les deux membres de l'identité. Une identité du type $\sum_{n\geq 0} a_n t^n = \sum_{n\geq 0} b_n t^n$, est une conséquence de l'existence d'une bijection entre deux ensembles A et B énumérés respectivement par $a_n$ et $b_n$. Il faut donc construire une telle bijection. L'intérêt est d'ouvrir tout un nouveau jardin d'objets et constructions combinatoires, sous-jacent à l'identité qui n'en est qu'un reflet aplati au niveau du calcul. La preuve est constructive, permet de mieux comprendre l'identité, de la "démontrer" plutôt que de la vérifier. Eventuellement le modèle combinatoire va induire une nouvelle preuve analytique de l'identité, ou immédiatement suggérer des extensions ou de nouvelles identités en changeant les objets, les coloriant, ou en leur mettant des "valuations" ou "poids". C'est ainsi que l'on passe à un niveau plus général ou plus abstrait et que l'on peut démontrer des théorèmes A=B qui n'ont plus rien à voir avec l'énumération. Mais le principe reste le même: tous les paramètres de l'identité sont considérés comme des variables formelles qui pondèrent les objets combinatoires. Il suffit de construire une bijection entre deux ensembles finis et qui conservent le poids.

La "Combinatoire énumérative" devient ainsi une attitude, une "philosophie" vis-à-vis de certains domaines des Mathématiques. On pourrait l'appeler un "nouveau paradigme". Le virus se répand doucement dans d'autres domaines et aussi dans les cerveaux des jeunes générations, surtout américaines, fascinés par les "preuves combinatoires", l'élégance des preuves bijectives éliminant tous les calculs et la magie des constructions combinatoires. Des théories classiques attendent sagement d'être "combinatorisées", comme par exemple la théorie des formes modulaires (les fonctions elliptiques ont déjà commencé à l'être). Une fois que les structures discrètes sous-jacentes à la théorie classique sont découvertes, vous devez refaire toute la théorie avec vos objets combinatoires, trouver les bonnes bijections, éventuellement changer d'interprétations combinatoires, montrer l'équivalence entre les diverses interprétations. Tout un monde nouveau s'ouvre à vous, beaucoup de surprises vous attendent sur le chemin, des identités difficiles deviennent faciles au niveau combinatoire et inversement des calculs analytiques banals résistent étrangement à la thérapie bijective. Un beau matin, vous introduisez des outils combinatoires pour démontrer une identité bien connue, et la stupeur vous frappe lorsque vous vous apercevez que ces outils permettent de résoudre des problèmes ouverts (ou réputés très difficiles) ailleurs (ça m'est arrivé plusieurs fois). Bien entendu, en face d'un problème ouvert, tous les coups sont permis, et la combinaison des bijections et des calculs est du plus bel effet. Si vous êtes très portés sur les "bijections", associez vous avec un très bon analyste ou algébriste, vous irez loin!

Si vous me permettez, je comparerais volontier la situation avec l'évolution actuelle de l'alpinisme. Les mathématiques usuelles feraient l'usage de pitons, cordes,etc, les calculs algébriques ou analytiques seraient l'escalade artificielle (ne parlons pas des preuves par ordinateur, c'est carrément faire des trous dans le rocher pour mettre des pitons dits "à expansion"). Avec les preuves bijectives, vous grimper complètement "en libre", juste avec vos mains nues et vos pieds, aucun piton ne peut vous aider. En ce moment nous (les combinatoristes) tentons de refaire les "voies classiques" en libre, sans pitons et moyens artificiels (C'est d'ailleurs ce qui se passe aussi avec les alpinistes). Une fois que vous vous êtes suffisamment entrainé sur les voies classiques ou sur les rochers hyperfréquentés de Fontainebleau, vous attaquez les parois vierges, puis les conjectures himalayennes. Eventuellement vous vous autorisez l'artillerie lourde (sherpas, cordes fixes, camp de base, oxygène, anneaux de Grothendick, "Hard Lefschetz's theorem", et autres marteaux pilons). En escalade bijective, euh pardon ... libre, vous pouvez rester coincer par un ridicule passage tout lisse qui ne posera aucun problème à un as du calcul (resp. pitonnage) ou de la cohomologie. Par contre, quel fierté vous sumergera lorsque vous passerez en libre un bon passage de "VIsup" sur une muraille impitonnable au pied duquel attendent tous les "grands" et vieux habitués du coin.

Finalement c'est une question d'éthique. A quand une preuve combinatoire des (ex) conjectures de Weil ? (d'après l'avis de certains spécialistes, ce ne serait pas complètement impensable, du moins dans des cas plus restreints). Maintenant, beaucoup d'identités ou de théorèmes mathématiques abstraits (dont au premier abord on peut vraiment se demander quel rapport ils ont avec l'énumération d'objets finis) ont plusieurs preuves bijectives. Certaines qualifiées de 100% bijectives, d'autres un peu moins: vous autorisez de temps en temps quelques petits calculs, certaines rivalisent (comme leurs auteurs) en élégance. Certaines résolutions de conjectures necessitent une kyrielle de bijections, chacune introduite pour démontrer d'autres identités aussi diverses que variées, et qui mises bout à bout vous rendent célèbre. Egalement certains monstres sont apparus: la première et célèbre identité de Rogers-Ramanujan a finalement reçu en 1980 une preuve bijective par A.Garsia (UCSD, California) et S.Milne (Texas A&M). Ils ont bien gagnés les 100$ promis par G.Andrews (Penn.State Univ.), mais dans la communauté combinatoire, ce n'était pas l'allegresse grisante des grandes conquêtes himalyennes: si vous voulez faire fonctionner la bijection, même dans les cas simples, il faut recourir (ô comble de l'ironie!) à ..l'ordinateur. Le problème de trouver une bijection "directe" est ouvert, avis aux amateurs (et aux professionnels). Mais revenons à des considérations plus terre à terre.

En France, la réputation et la situation sociale du domaine s'améliore doucement: la Combinatoire est reconnue dans une sous-section de la 23ème section (mathématiques), même si beaucoup de "combinatoristes" sont rattachés à la 24ème section (informatique). Il est touchant de constater que la dénomination de cette sous-section comprenait les mots *"algèbre et théorie des nombres"*, qui sont devenus *"algèbre, analyse combinatoire et théorie des nombres"*, correspondant bien à la définition de l'analyse combinatoire donnée par le Major MacMahon et rappellée au début de cet essai: le domaine occupant le terrain entre l'algèbre et la théorie des nombres .La Combinatoire énumérative a été "bourbakisée" deux fois. Son grand maître en France, M.P. Schützenberger, est le premier combinatoriste (il est aussi informaticien) à être élu à l'Académie des Sciences. A quand le premier combinatoriste en France à être élu professeur (comme combinatoriste) dans un département de Mathématiques pure? Peut-être à Bordeaux, dont le département de Mathématiques est réputé pour son ouverture et dont le département d'Informatique contient l'une des plus fortes concentration en France de cette espèce rarissime?

Aux Etats-Unis la situation est beaucoup plus favorable. Par exemple une chaire spéciale pour la Combinatoire (avec 100.000$) a été crée à Princeton. Des cours "combinatoire" et "mathématiques discrètes" s'ouvrent dans diverse universités au niveau "undergraduate". Certains de mes collègues américains aimeraient remplacer les maudits cours élémentaires de "Calculus" par des cours de "Combinatoire". Petit à petit la situation devra évoluer aussi en France. Mentionnons que pour la première fois un cours Combinatoire a été ouvert en France (à l'ENS de la rue d'Ulm) au niveau 2ème cycle.

Finalement, on pourrait très bien appliquer à la "Combinatoire énumérative" les phrases suivantes de Freeman J.Dyson, physicien a l'Institute for Advanced Study (tirées d'un exposé donné lors du quolloquium de la fondation Alexander von Humboldt, le 24 Août 1981, et reproduit dans 'The Math. Intelligencer, vol 5, n°3, 1983):

> *"Roughly speaking, unfashionable mathematics consists of those parts of mathematics which were declared by the mandarins of Bourbaki not to be mathematics. A number of very beautiful mathematical discoveries fall into this category. To be mathematics according to Bourbaki, an idea should be general, abstact, coherent, and connected by clear logical relationships with the rest of mathematics. Excluded from mathematics are particular facts, concrete objects which just happen to exist for no identifiable*

*reason, things which a mathematicien would call accidental or sporadic. Unfashionable mathematics is mainly concerned with things of accidental beauty, special founctions, particular number fields, exceptional algebras, sporadic finite groups. It is among these unorganized and undisciplined parts of mathematics that I would advise you to look for the next revolution in physics."*

En attendant, les adeptes de la Combinatoire énumérative, continuent leur chemin de "minorité ethnique" . Pour certains, et notamment en France, c'est une double vie: informaticiens et combinatoristes (ce qui d'ailleurs, comme toute double vie, est fructueux , passionant et enrichissant des deux cotés, mais parfois fatiguant!).

D.Foata, Univ. Strasbourg (de La Gazette des Sciences Mathématiques de Québec, t.6, n°3, Mars 1982):

*"Appelons Combinatoire classique cette méthode qui consiste à découvrir la structure discrète sous-jacente à un problème de calcul d'analyse ou de calcul algébrique. Pendant longtemps cette Combinatoire va devoir se nourrir des autres branches des mathématiques. Sa théorisation ne se fera que plus tard. Pour le moment, ses adeptes se doivent d'accumuler les matériaux, regarder les problèmes classiques des mathématiques d'un oeil nouveau et rester attentifs aux préoccupations des praticiens. Chemin faisant, les spécialistes de cette Combinatoire écrivent, peut-être sans le savoir, le cours de "Calculus" du vingt-et-unième siècle."*